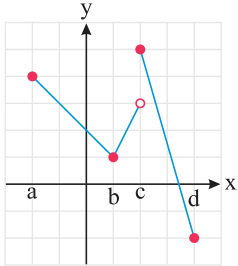


در شکل زیر نمودار رسم شده است، طول نقاط اکسترمم‌های نسبی و مطلق را مشخص کنید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۲

۱

$$y' = \frac{2(x+2) - 1(2x-1)}{(x+3)^2} = \frac{5}{(x+3)^2} > 0$$

جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x+3}$ را رسم کنید.

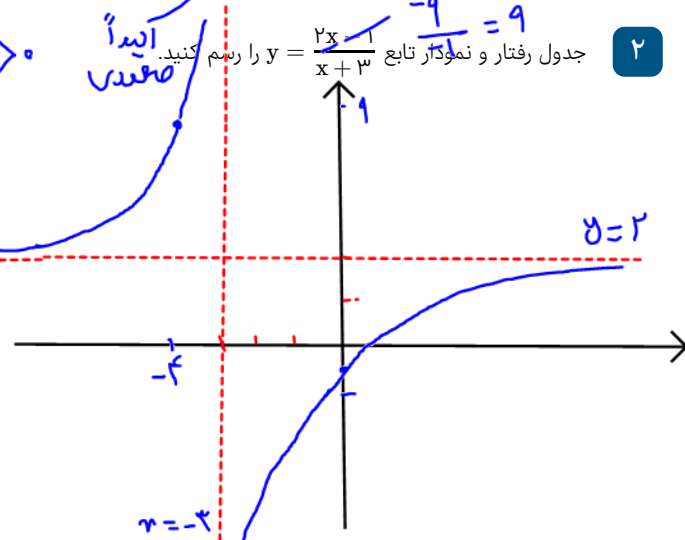
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۴۰۲

۲

یافته‌ها:

- نقطه بحرانی: $x+2=0 \rightarrow x=-2$
- محدوده: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x} = 2 \rightarrow y=2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		+	+
y	۲	$+\infty$	۲



با رسم جدول تغییرات تابع $f(x) = x^3 - 27x + 1$ ، مشخص کنید تابع در کدام بازه‌ها اکیداً صعودی است؟

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۲

۳

$$f'(x) = 3x^2 - 27 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

یافته‌ها: $(-\infty, -3)$ و $(3, +\infty)$ اکیداً صعودی

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'	+	۰	-	+
y				

می‌خواهیم یک قوطی فلزی استوانه‌ای شکل و دربار بسازیم که گنجایش آن دقیقاً ۹۰۰ سانتی‌متر مکعب است. ابعاد قوطی چقدر باشد تا مقدار فلز به‌کاررفته در تولید آن مینیمم شود؟ ($\pi \approx 3$)

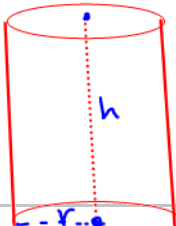
امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۲

۴

$$V = 900 \rightarrow \pi r^2 h = 900 \rightarrow 3r^2 h = 900 \Rightarrow r^2 h = 300$$

$$S = S_{\text{جانبی}} + S_{\text{قاعده}} = 2\pi r h + \pi r^2$$

$$S = 2r \times \frac{300}{r^2} + 3r^2 = \frac{1800}{r} + 3r^2$$

$$S' = 0 \rightarrow -\frac{1800}{r^2} + 6r = 0 \rightarrow 6r = \frac{1800}{r^2} \rightarrow 6r^3 = 1800 \rightarrow r^3 = 300 \rightarrow r = \sqrt[3]{300} \rightarrow h = \frac{300}{r^2} = \sqrt[3]{300}$$


نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ، نقطه $(1, -1)$ می باشد، مقدار a و b را بیابید.

5

$$f'(n) = 3n^2 + 2an + b$$

$$f(n) = n^3 - 2n^2 + bn$$

$$-1 = 1 - 2 + b$$

$$-9 = b$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۴۰۲

$$f''(n) = 6n + 2a$$

$$0 = 6(1) + 2a$$

$$-6 = 2a \rightarrow a = -3$$

مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را روی بازه $[-2, 3]$ بیابید.

6

$$f'(n) = 3n^2 - 12n = 0 \rightarrow 3n(n-4) = 0$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۴۰۲

$$3n = 0 \rightarrow n = 0$$

$$n - 4 = 0 \rightarrow n = 4$$

$$\text{max} \text{ در } n = 0$$

$$n = 3 \rightarrow 27 - 54 = -27$$

$$\text{min} \text{ در } n = -2 \rightarrow -8 - 24 = -32$$

نقاط بحرانی تابع زیر را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی آن را در وجود مشخص کنید.

7

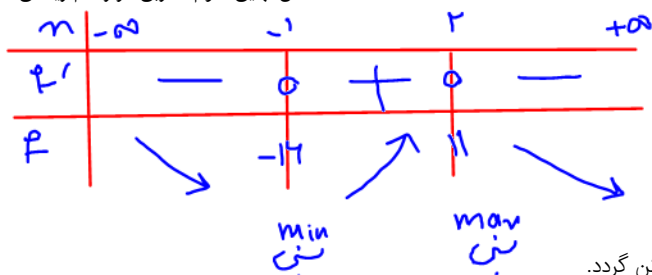
$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$$

$$f'(n) = -6n^2 + 6n + 12 = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} n = -1 \\ n = -\frac{c}{a} = 2 \end{array} \right.$$

برای f' صفر
برای f'' نامعرب

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۲



$$f(-1) = 2 + 3 - 12 - 9 = -14$$

$$f(2) = -16 + 12 + 24 - 9 = 11$$

دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۸ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

8

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۲

$$y - n = 8 \rightarrow y = 8 + n$$

$$\text{تابع هدف: } P = ny = n(8+n) = 8n + n^2$$

$$P' = 0 \rightarrow 8 + 2n = 0 \rightarrow n = -4 \rightarrow y = 4$$

اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^5 - 5x$ را در بازه $[0, 2]$ به دست آورید.

9

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۲

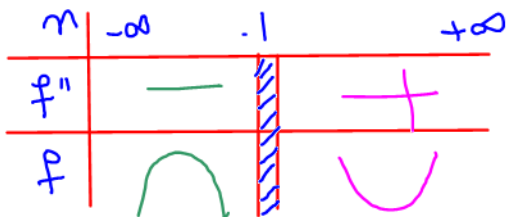
ابتدا جهت تقعر تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ را در دامنه آن بررسی نمایید و سپس نقطه عطف آن را در صورت وجود، به دست آورید.

10

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۲

$$f'(n) = \frac{2(n-1) - 1(2n+1)}{(n-1)^2} = \frac{-3}{(n-1)^2}$$

$$f''(n) = \frac{-2(n-1)(1)(-2)}{(n-1)^4} = \frac{4(n-1)}{(n-1)^4} = \frac{4}{(n-1)^3}$$



$$n = 2 \rightarrow f''(2) = \frac{4}{1} > 0$$

$$n = 0 \rightarrow f''(0) = \frac{4}{-1} < 0$$

$$n - 1 = 0$$

$$\boxed{n = 1}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۲

پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهنا‌ی مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۲

$$\text{محیط پنجره} = 6 \rightarrow \frac{1}{2}(\cancel{2\pi r}) + 2x + 2r = 6 \rightarrow \pi r + 2x + 2r = 6$$

$$2x = 6 - \pi r - 2r$$

تابع مساحت: $S = S_1 + S_2 = \frac{1}{2}\pi r^2 + x(2r)$

$$S = \frac{1}{2}\pi r^2 + (6 - \pi r - 2r)r = \frac{1}{2}\pi r^2 + 6r - \pi r^2 - 2r^2$$

$$S' = 0 \rightarrow \pi r + 6 - 2\pi r - 4r = 0 \rightarrow -\pi r - 4r = -6$$

$$x(-) \rightarrow \pi r + 4r = 6 \rightarrow r(\pi + 4) = 6 \rightarrow r = \frac{6}{\pi + 4}$$

$$x = \frac{1}{2}(6 - \pi \times \frac{6}{\pi + 4} - 2 \times \frac{6}{\pi + 4})$$

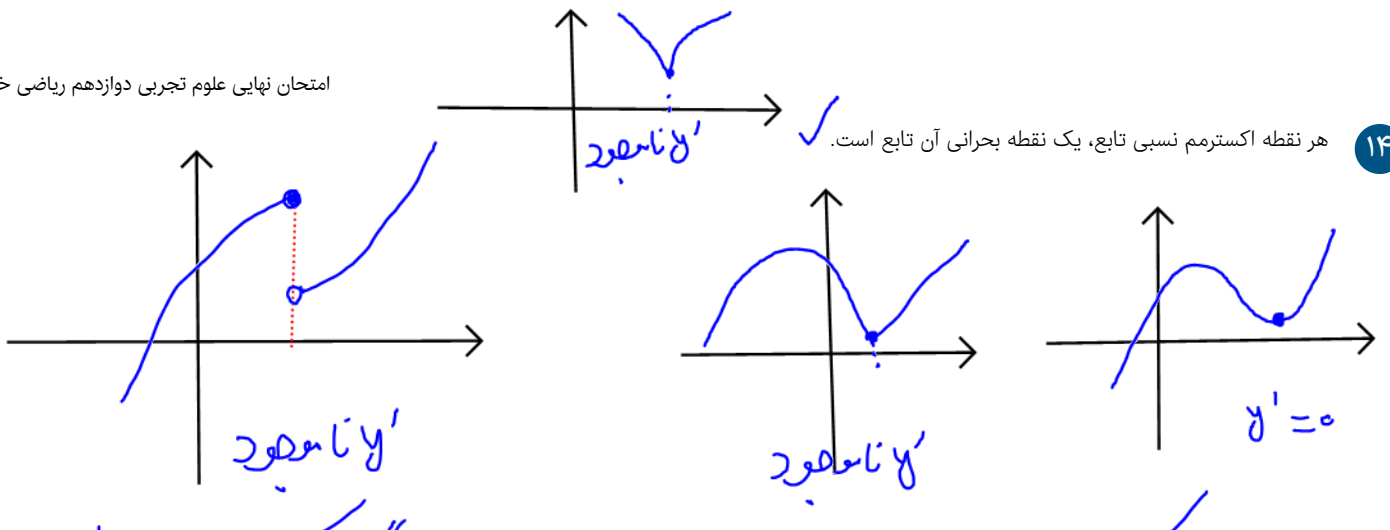
بزرگ‌ترین بازه از \mathbb{R} که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۲

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۲

هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۲

با رسم جدول تغییرات نشان دهید که تابع $f(x) = \frac{1}{p}x^p + x^2 + 1$ در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۲

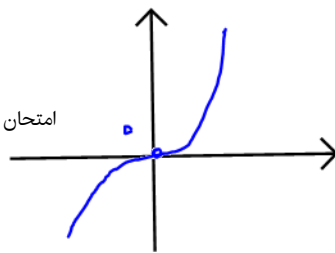
درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۲

$$y = x^n$$

$$y' = nx^{n-1}$$

$$y'(0) = 0$$



اگر $f'(c) = 0$ باشد، آنگاه $x = c$ یک نقطه اکسترمم نسبی است. نادرست

مقادیر a, b, c را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند. $f(0) = 1, f(2) = -3, f'(0) = 1$ و طول نقطه عطف به نمودار تابع f باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۲

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

$$0 = 6a(1) + 2b \Rightarrow 3a + b = 0$$

$$f(0) = 1 \rightarrow 0 + 0 + c = 1 \rightarrow \boxed{c = 1}$$

$$f(2) = -3 \rightarrow 8a + 4b + 1 = -3 \rightarrow 8a + 4b = -4$$

$$2a + b = -1$$

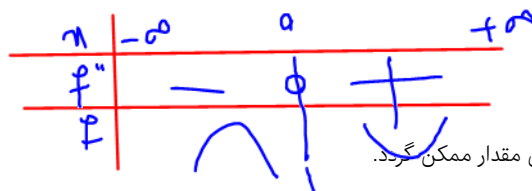
$$a = 1 \text{ و } b = -3$$

جهت تقعر و مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = x(x^2 - 3) + 1$ را تعیین کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۱

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \rightarrow f''(x) = 6x = 0 \rightarrow \boxed{x = 0}$$



(۱، ۰) : نقطه عطف

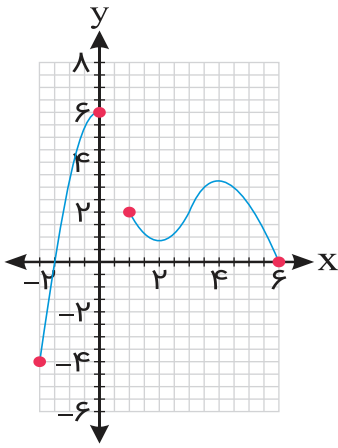
دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آن‌ها ۱۰ باشد و حاصل‌ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.

کتاب درسی علوم تجربی دوازدهم ریاضی کار در کلاس

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۰

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۱

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۳۹۸



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۱

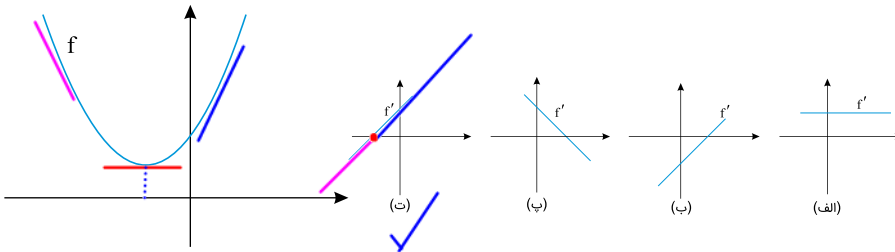
۲۱ مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید. 4

۲۲ مقدار مینیمم مطلق را بنویسید. -4

۲۳ طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید. $x=0$ و $x=4$

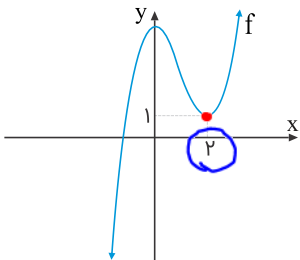
۲۴ طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید. $x=2$

۲۵ باتوجه به نمودار تابع f ، نمودار f' را با ذکر دلیل مشخص کنید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۴۰۱

۲۶ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل زیر رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.



$$(2, 1) \xrightarrow{f} 1 = 8 + 4b + d \rightarrow 4b + d = -7$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2bx$$

$$f'(2) = 0 \rightarrow 0 = 12 + 4b \rightarrow b = -3$$

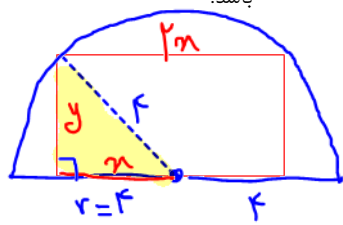
$$b = -3 \rightarrow -12 + d = -7$$

$$d = 5$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۴۰۱

یک مستطیل در یک نیم‌دایره محاط شده است. اگر شعاع دایره ۴ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را طوری به دست آورید که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن باشد.

رابطه میانه‌ها: $x^2 + y^2 = 16 \rightarrow y^2 = 16 - x^2$
 $y = \sqrt{16 - x^2}$



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۴۰۱

تابع: $S = 2xy = 2x\sqrt{16 - x^2}$

$S' = 0 \rightarrow 2(1 \times \sqrt{16 - x^2} + \frac{-2x}{\sqrt{16 - x^2}} \times x) = 0$

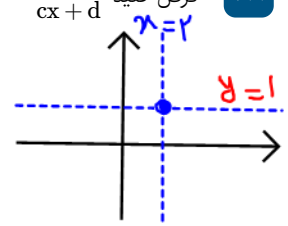
$\sqrt{16 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{16 - x^2}}{1} = \frac{x^2}{\sqrt{16 - x^2}} \rightarrow 16 - x^2 = x^2 \rightarrow 2x^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{8}$

طول = $2\sqrt{8}$
عرض = $\sqrt{16 - 8} = \sqrt{8}$

فرض کنید $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، محل تقاطع مجانب‌های آن، نقطه (۲، ۱) است. اگر این تابع از نقطه (-۱، ۰) بگذرد، ضابطه تابع را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۴۰۱

میانه‌ها: $cn + d = 0 \rightarrow n = -\frac{d}{c} = 2$
 $2c = -d \rightarrow 2c + d = 0 \rightarrow d = -2c$



میانه‌ها: $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \frac{an}{cn} = \frac{a}{c} = 1 \rightarrow a = c$
 $(-1, 0) \in f \rightarrow 0 = \frac{-a+b}{-c+d} \rightarrow -a+b=0 \rightarrow a=b$
جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. $a=b=c$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۱

ضابطه تابع: $f(x) = \frac{cx+c}{cx-2c} = \frac{c(x+1)}{c(x-2)} = \frac{x+1}{x-2}$

اگر برای هر x در بازه I: $f''(x) > 0$ ، آنگاه نمودار f(x) در این بازه تقعر رو به بالا... دارد.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۱

اگر برای تابع f داشته باشید $f''(c) = 0$ ، آنگاه همواره نقطه (c, f(c)) نقطه عطف تابع است. **نادرست**

جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۱

اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c باشد که به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت f(c) را یک **ماکزیمم** تابع f می‌نامیم.

ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه (۱، ۲) اکسترمم نسبی تابع باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۱

$(1, 2) \rightarrow 2 = 1 + a - b \rightarrow a - b = 1$

$f'(x) = 3x^2 + a$

$f'(1) = 0 \rightarrow 0 = 3 + a \rightarrow a = -3$

$-3 - b = 1 \rightarrow b = -4$

نشان دهید در بین مستطیل‌هایی با محیط ۱۶ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم‌اندازه باشند.

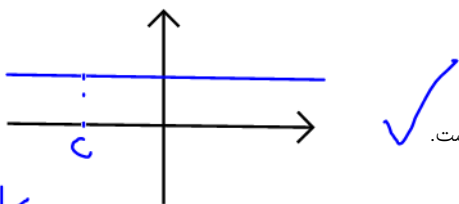
امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۱

$$2(n+y) = 16 \rightarrow n+y = 8 \rightarrow y = 8-n$$

تابع هدف: $S = ny = n(8-n) = 8n - n^2$

$$S' = 0 \rightarrow 8 - 2n = 0 \rightarrow n = 4 \rightarrow y = 4$$

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.



امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۴۰۱

هر نقطه دلخواه از دامنه تابع ثابت، یک نقطه بحرانی است.

$$f'(c) = 0 \rightarrow \text{بحرانی}$$

اکستریم‌های نسبی تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + \frac{2}{3}$ را در صورت وجود به دست آورید.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

$$f'(n) = n^2 - 2n - 3 \quad b = a + c \quad \begin{cases} n = -1 \\ n = 3 \end{cases}$$

n	-∞	-1	3	+∞
f'	+	0	-	+
f		max	min	

$5n - 10 = y$

اگر بین دو عدد حقیقی x و y رابطه $5x - y = 10$ برقرار باشد، مقدار x و y را طوری به دست آورید که حاصل ضرب دو عدد مینیمم گردد.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۴۰۱

$$P = ny \rightarrow P = n(5n - 10) = 5n^2 - 10n$$

$$P' = 0 \rightarrow 10n - 10 = 0 \rightarrow n = 1 \rightarrow y = 5 - 10 = -5$$

اگر نقطه A(-1, 1) نقطه عطف تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۱

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۱

هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$ ، یک نقطه اکستریم نسبی تابع $f(x)$ است.

جهت تقعر $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ را در دامنه‌اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۰

$$f(n) = (n-1)^{\frac{1}{3}} \rightarrow f'(n) = \frac{1}{3}(n-1)^{-\frac{2}{3}} \quad (1)$$

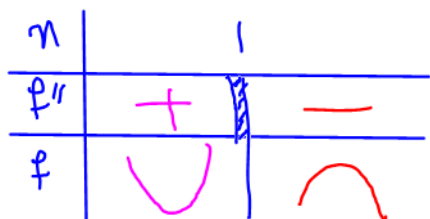
$$f''(n) = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{2}{3}\right) (n-1)^{-\frac{5}{3}} \quad (1) = -\frac{2}{9} (n-1)^{-\frac{5}{3}}$$

$$f''(n) = \frac{-2}{9 \sqrt[3]{(n-1)^5}}$$

$n-1=0 \rightarrow n=1$ ✓

عطف

$$f''(2) = \frac{-2}{9} < 0$$

$$f''(0) = \frac{-2}{9} < 0$$


امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۰

۴۰ اگر تابع f در هر نقطه اکسترمم نسبی مشتق پذیر باشد، آنگاه مشتق تابع f در این نقاط صفر می‌شود.

۴۰

۴۱ تابع صعودی اکید، نقطه عطف ندارد.

۴۱

۴۲ اگر علامت f' بر بازه‌ای منفی باشد، آنگاه تابع f بر آن بازه اکیدا نزولی است.

۴۲

۴۳ در نقطه عطف علامت $f''(x)$ تغییر می‌کند.

۴۳

۴۴ اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را در بازه $[-1, 1]$ تعیین کنید.

۴۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۰

۴۵ مقادیر a ، b و c را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند:
 $f(0) = 2$ ، $f(1) = \frac{1}{p}$ و طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.

۴۵

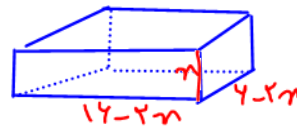
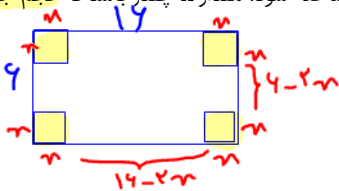
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۴۰۰

۴۶ ورق فلزی مستطیل‌شکلی به طول ۱۶ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد؟

۴۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۰

تایم: $V = x(14-2x)(4-2x)$



$$\frac{141}{49}$$

$$V = (14-2x)(4-2x)x$$

$$V = 94x - 22x^2 - 12x^2 + 4x^3 = 4x^3 - 34x^2 + 94x$$

۴۷ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.
 $V' = 0 \rightarrow 12x^2 - 68x + 94 = 0 \div 4 \rightarrow 3x^2 - 17x + 23.5 = 0$

۴۷

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۴۰۰

$$\Delta' = 141 - 72 = 69 \quad x = \frac{17 \pm \sqrt{69}}{6} < 4 \quad \checkmark$$

الف هر نقطه‌ای که در آن مقدار $f''(x)$ برابر صفر شود، یک نقطه عطف تابع $f(x)$ است.

الف

۴۸ اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف منحنی $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

۴۸

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۴۰۰

اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای اکسترمم نسبی برابر ۳- باشد، مقادیر a و b را بیابید.

۴۹

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۳۹۹

در تابع زیر، ابتدا نقاط بحرانی تابع را به دست آورید و سپس با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

۵۰

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی دی ۱۳۹۹

جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-2}$ را رسم کنید.

۵۱

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۳۹۹

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۳۹۹

در هر نقطه‌ای که جهت تقعر منحنی تابع عوض شود آن نقطه عطف تابع است.

۵۲

اگر $x = c$ طول نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x)$ و $f'(c) = 0$ موجود باشد، آنگاه $f'(c) = 0$.

۵۳

تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 9$ را در نظر بگیرید:
 $f'(x) = -6x^2 + 6x + 12 = 0$
 $b = a + c \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

۵۴

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۹

با رسم جدول تغییرات تابع، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی آن را در صورت وجود مشخص کنید.

الف

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0
f		\downarrow	\uparrow	\downarrow
		Min	Max	

مقادیر ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع f در بازه $[0, 3]$ را در صورت وجود به دست آورید.

ب

$$\begin{aligned}
 x = 2 &\rightarrow -14 + 12 + 24 - 9 = 11 \leftarrow \text{Max مطلق} \\
 x = 0 &\rightarrow 0 + 0 + 0 - 9 = -9 \leftarrow \text{Min مطلق} \\
 x = 3 &\rightarrow -54 + 27 + 36 - 9 = 0
 \end{aligned}$$

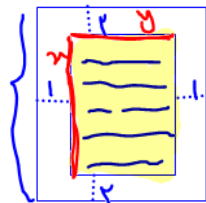
هر صفحه مستطیل شکل از یک کتاب جیبی، شامل یک متن با مساحت 32 cm^2 خواهد بود. هنگام طراحی قطع این کتاب، لازم است حاشیه‌های بالا و پایین هر صفحه 2 cm و حاشیه‌های کناری هر کدام یک سانتی‌متر در نظر گرفته شوند. ابعاد صفحه را طوری تعیین کنید که مساحت هر صفحه از کتاب کمترین مقدار ممکن باشد.

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۹

$$ny = 32 \rightarrow y = \frac{32}{n}$$

تابع هدف: $S = (n+4)(y+2) = (n+4)\left(\frac{32}{n} + 2\right)$

$$S = 32 + 2n + \frac{128}{n} + 8 = 2n + \frac{128}{n} + 40$$



جهت تعقر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را مشخص کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۳۹۹

$$2n^2 = 128 \rightarrow n^2 = 64 \rightarrow n = 8 \rightarrow y = 4$$

فراسه‌ها: طول صفحه: $n + 4 = 8 + 4 = 12$

عرضه: $y + 2 = 4 + 2 = 6$

جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۳۹۸

نقطه‌ای از دامنه تابع که مشتق در آن وجود ندارد و یا وجود دارد و برابر صفر است، نقطه نام دارد.

$$(1, 7) \rightarrow V = a + b$$

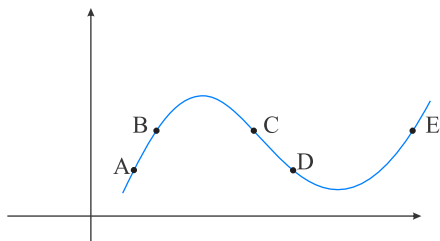
امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۸

اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = 1$ دارای ماکزیمم نسبی برابر با ۷ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

ورق فلزی مربع شکل به طول ضلع یک متر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم از چهار گوشه آن مربع‌های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن‌ها را کنار بگذاریم؛ سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی‌گردانیم تا یک جعبه در باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد؟

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی خرداد ۱۳۹۸

شکل زیر را در نظر بگیرید. در کدام یک از پنج نقطه مشخص شده در نمودار:



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۳۹۸

الف) $f'(x)$ و $f''(x)$ هر دو منفی‌اند.

ب) $f'(x)$ منفی و $f''(x)$ مثبت است.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان دی ۱۳۹۸

طول نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ برابر است. ۶۱

$$f'(x) = 3x^2 - 12x$$

$$f''(x) = 6x - 12 = 0$$

$$x = 2$$

مقادیر اکسترم‌های نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ را در بازه $[-2, 3]$ به دست آورید. ۶۲

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۳۹۸

مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ را در بازه $[0, 2]$ تعیین کنید. ۶۳

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۳۹۸

ابتدا جهت تقعر تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را مشخص کرده، سپس وجود نقطه عطف آن را بررسی کنید. ۶۴

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان شهریور ۱۳۹۸

دو عدد حقیقی a و b را طوری بیابید که داشته باشیم $2a + b = 60$ و حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار ممکن گردد. ۶۵

$$b = 60 - 2a$$

$$P = ab = a(60 - 2a) = 60a - 2a^2$$

$$P' = 0$$

امتحان نهایی علوم تجربی دوازدهم ریاضی شهریور ۱۳۹۸

تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است؟ ۶۶

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۳۹۸

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+1) - 2x(x^2)}{(x^2+1)^2} = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f''	$-$	0	$+$
f		\circ	

Lernitoo ۱۴۰۳

مقادیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1, 1)$ نقطهٔ عطف منحنی باشد.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۳۹۸

جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم حسابان خرداد ۱۳۹۸